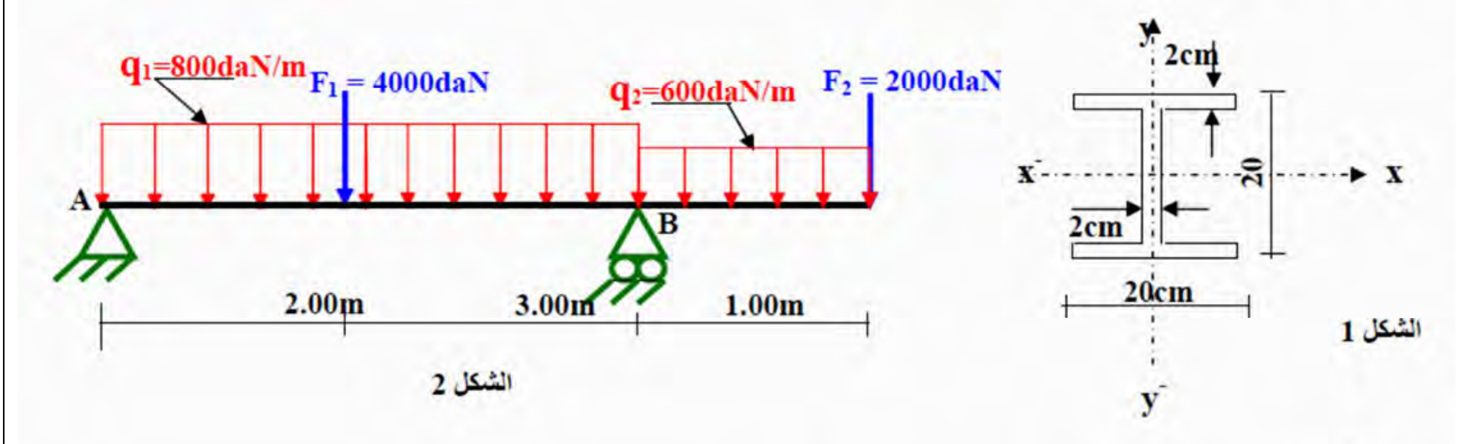
ثانوية احمد ولد التركي –بواسماعيل السنة الدراسية 2020/2019

القسم : السنة الثانية تقني رياضي فرع الهندسة المدنية الأستاذ : مخلوفي كمال

سلسلة تمارين حول الانحناء البسيط 2

التمرين الأول :

في هذا النشاط نريد دراسة إحدى روافد البناية والتي تم إختيارها من هياكل معدنية بمجنبات I مقطعها موضح في الشكل 1 كيفية التحميل يبرزه الشكل الميكانيكي رقم 2 .



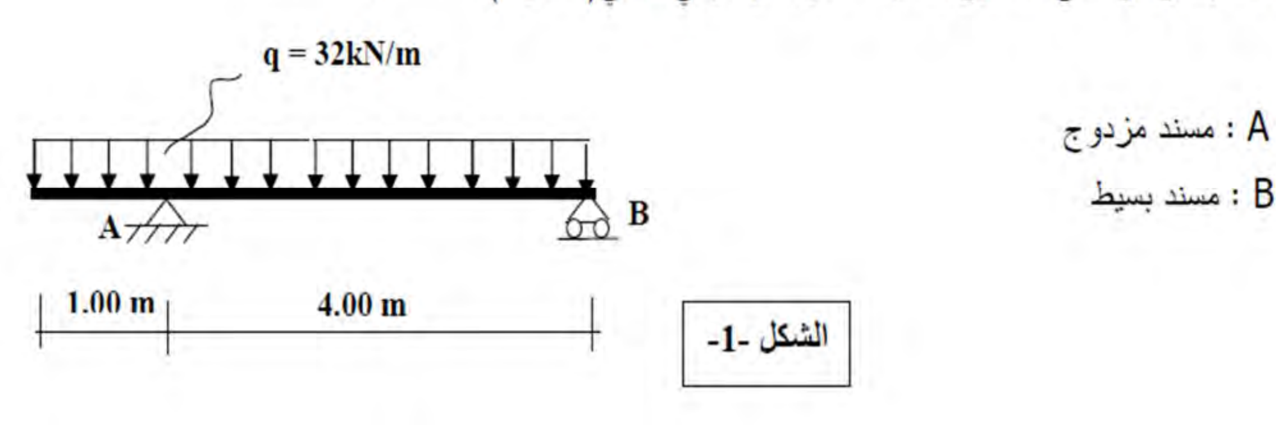
المطلوب

1. أحسب ردود الفعل عند المسندين A وB
2. أكتب كل من معادلات الانحناء M والجهد القاطع T
3. أرسم المنحنى البياني لكل من M و T على ورقة مليمترية وبسلم :
4. حدد القوى القصوى لكل من M و T
5. تحقق من مقاومة الرافدة يعطى : $\overline{\sigma} = 1200 \dfrac{daN}{cm^2}$

1m ⟶ 1cm
1000Kn ⟶ 1cm
2000Kn .m ⟶ 1cm

التمرين الثاني :

لتكن رافدة معدنية ترتكز على مسندين حسب الشكل الميكانيكي التالي(الشكل1) :



A : مسند مزدوج

B : مسند بسيط

الشكل -1-

المطلوب:

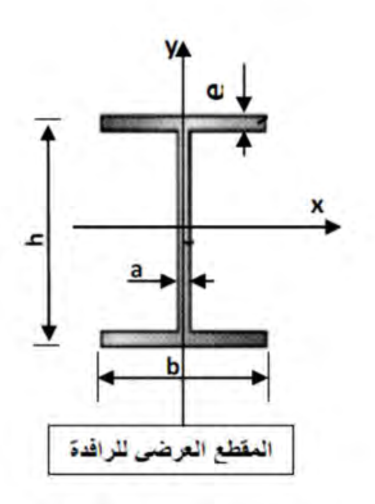
1- أحسب ردود الأفعال في المسندين A و B.

2- أكتب معادلات الجهد القاطع T و عزم الانحناء M

3- أرسم منحنيات الجهد القاطع و عزم الانحناء

4- لنفترض أن عزم الانحناء الأعظمي يقدر ب : 56.25 kN.m

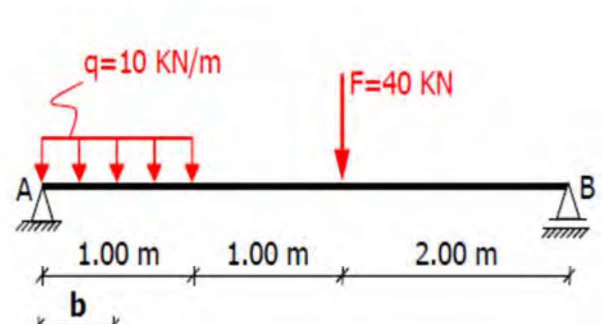
حدد المجنب المناسب الذي يحقق المقاومة، علما أن الإجهاد المسموح به $\bar{\sigma} = 1600 daN/cm^2$

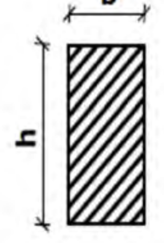


المجنب حسب الارتفاع h(mm)	معامل المقاومة $w/_{xx}$ (cm^3)	مساحة المقطع S (cm^2)
220	252	33.4
240	324	35.1
270	429	45.9
300	557	53.8

التمرين الثالث :

لتكن الرافدة AB الممثلة بالشكل الميكانيكي التالي:





مقطع الرافدة

حيث:

A: مسند مزدوج

B: مسند بسيط

المطلوب:

1- أحسب ردود الأفعال في المسندين A و B.

2- أكتب معادلات الجهد القاطع T و عزم الانحناء M_f على طول الرافدة.

3- أرسم منحنيا الجهد القاطع T وعزم الانحناء M_f.

4- استنتج قيمة T_{max} و M_{fmax}.

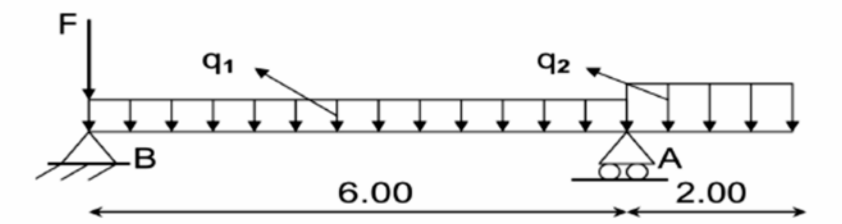
5- بفرض أن الرافدة متجانسة أحسب أبعاد مقطع الرافدة (b;h) علما أن $\bar{\sigma} = 300 daN/cm^2$ و $b = \frac{1}{3}h$

6- تحقق من شرط المقاومة الثاني علما أن $\bar{\tau} = 20 daN/cm^2$

7- أرسم مخطط الاجهادات الناظمية و المماسية.

التمرين الرابع :

نريد دراسة رافده معدنية ممثلة في شكلها الميكانيكي التالي :



B: مسند مضاعف
A: مسند بسيط
$F = 30$ KN
$q_1 = 10$ KN/m
$q_2 = 15$ KN/m

العمل المطلوب

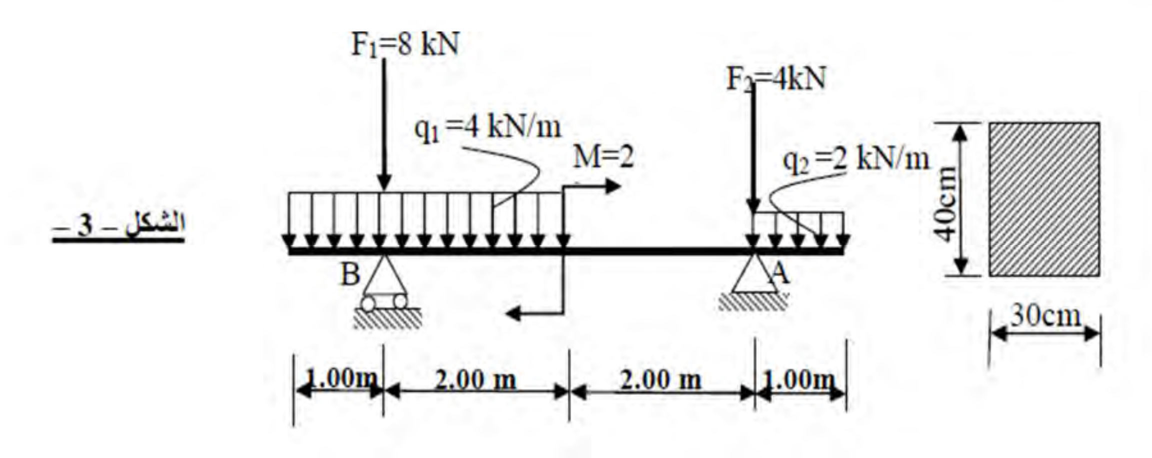
1- أحسب ردود الفعل في المسندين A و B.
2- أكتب معادلات عزم الانحناء M و الجهد القاطع T .
3- أرسم منحنيات عزم الانحناء M و الجهد القاطع T.
4- حدد القيم القصوى لعزم الانحناء M و الجهد القاطع T .
5- الرافدة مقطعها على شكل مجنب من نوع (I.P.N) و تخضع إلى عزم انحناء أعظمي يقدر بــ 31.25 KN.m.
حدد المجنب المناسب الذي يحقق المقاومة
علما أن: $\bar{\sigma} = 1200$ daN/cm².

S (cm²)	$W_{xx} = \frac{I_{xx}}{V}$ (cm³)	I_{xx} (cm⁴)	e (mm)	b (mm)	h (mm)	IPN
33.5	214	2140	7.5	90	200	200
39.6	278	3060	8.1	98	220	220
46.1	354	4250	8.7	106	240	240
53.4	442	5740	9.4	113	260	260
61.1	542	7590	10.1	119	280	280

التمرين الخامس :

نقوم بدراسة رافدة لإحدى المباني السكنية طولها 6m ، تحت تأثير حمولتين موزعتين بانتظام وقوتين مركزتين و عزم . أنظر (الشكل 3) حيث:

(A) مسند مضاعف (مزدوج) و (B) مسند بسيط .



الشكل – 3 –

العمل المطلوب:

1- أحسب قيم ردود الأفعال عند المسندين A و B .

2- أكتب معادلات الجهد القاطع (T) وعزم الانحناء (M_f) على طول الرافدة.

3- أحسب نقاط التقاطع مع المحاور واستنتج M_{fmax}.

4- أرسم منحنيات T و M_f

يعطى السلم:

الأبعاد : 1cm ⟶ 0.50 m.

T: 1cm ⟶ 0.75 kN.

M_f: 1cm ⟶ 1 kN × m

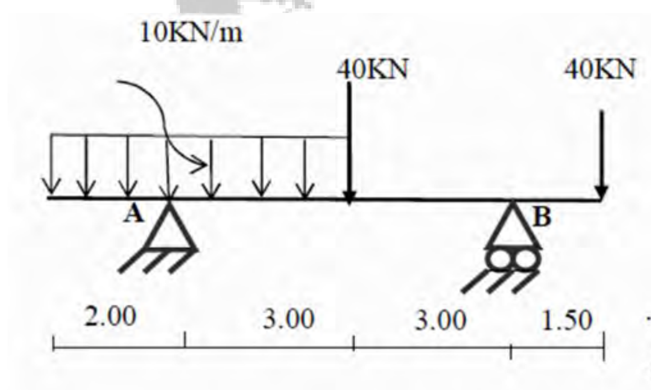
5-بفرض أن الروافد المستعملة من الخرسانة المسلحة مقطعها مستطيل و متجانس و علما أن عزم الانحناء الأعظمي

M_{fmax}=3.5 kN.m $\overline{\sigma_{adm}}$=16MPa.

تحقق من شرط مقاومة هذه الرافدة.

يعطى $1MPa=1N/mm^2$

التمرين السادس :



الميكانيك التطبيقية:

نريد دراسة الرافدة المعدنية الممثلة في الشكل التالي:

1- أحسب ردود الفعل في المسندين A , B.

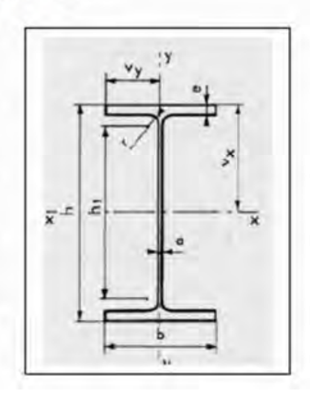
2- أكتب معادلات عزم الانحناء M_f و الجهد القاطع T .

3- أرسم منحنيات عزم الانحناء M_f و الجهد القاطع T.

4- أحسب عزم الانحناء ألأعظم $M_{f\,max}$ والجهد القاطع ألأعظمي T_{max} .

5- إذا علمت أن: $\overline{\sigma}=1600 dan/cm^2$ حدد المجنب المناسب الذي يحقق المقاومة حيث أن الرافدة من نوع مجنب IPE.

IPE	h(mm)	b(mm)	a(mm)	e(mm)	$w_{xx}=I_{xx}/v(cm^3)$
220	220	110	5.9	9.2	252
240	240	120	6.2	9.8	324
270	270	135	6.6	10.2	429



حلول السلسلة رقم 01

حل التمرين الأول :

1- حساب ردود الفعل عند المساند

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow H_{BX} = 0$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow R_1 \times 2.5 + F_1 \times 2 + R_2 \times 5.5 + F_2 \times 6 - V_{BY} \times 5 = 0$$

$$\Rightarrow 4000 \times 2.5 + 4000 \times 2 + 600 \times 5.5 + 2000 \times 6 - V_{BY} \times 5 = 0$$

$$\Rightarrow V_{BY} \times 5 = 4000 \times 2.5 + 4000 \times 2 + 600 \times 5.5 + 2000 \times 6 = 0$$

$$V_{BY} = 6660\ daN$$

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow V_{AY} \times 5 - R_1 \times 2.5 - F_1 \times 3 + R_2 \times 0.5 + F_2 \times 1 = 0$$

$$_2\Rightarrow V_{AY} \times 5 - 4000 \times 2.5 - 4000 \times 3 + 600 \times 0.5 + 2000 \times 1 = 0$$

$$\Rightarrow V_{AY} \times 5 = 4000 \times 2.5 + 4000 \times 3 - 600 \times 0.5 - 2000 \times 1 = 0$$

$$\Rightarrow V_{AY} = 3940\ daN$$

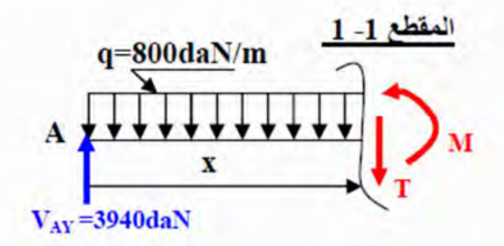
ومنه حسابات ردود الأفعال صحيحة

$$\sum F_Y = 0 \Rightarrow V_{AY} + V_{BA} - R_1 - R_2 - F_1 - F_2 =^? 0$$

$$\Rightarrow 3940 + 6660 - 4000 - 600 - 4000 - 2000 = 0$$

2/ كتابة كل من معادلات الانحناء M و الجهد القاطع T

المقطع 1-1



$$0 \le x \le 2\,m$$

$$T = 3940 - 800x$$

$$x = 0 \Rightarrow T = 3940 daN$$

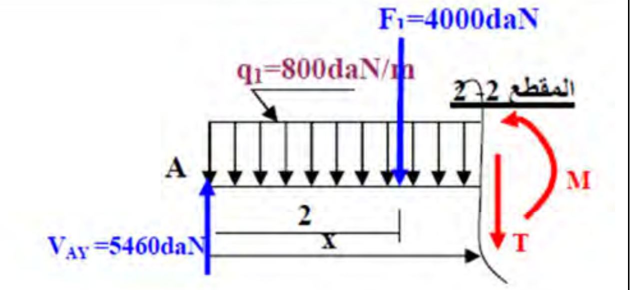
$$x = 2 \Rightarrow T = 3940 - 800 \times 2 = 2340 daN$$

$$M = V_{AY}\,x - q_1 \frac{x^2}{2}$$

$$\Rightarrow M = 3940x - 800 \frac{x^2}{2}$$

$$x = 0 \Rightarrow M = 0$$

$$x = 2 \Rightarrow M = 6280 daN.m.$$



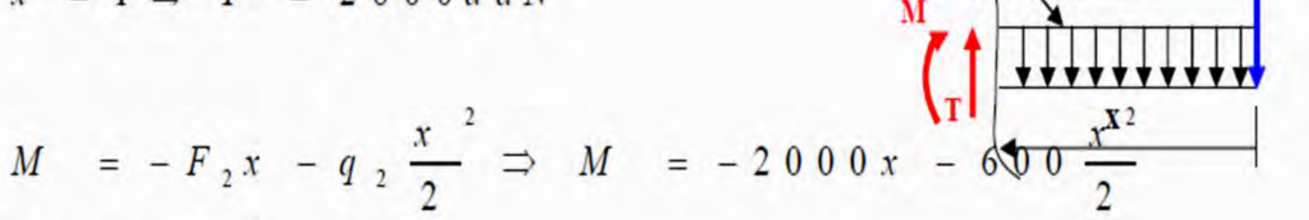
$$2 \le x \le 5m$$

$$T = 3940 - 800x - 4000$$
$$\Rightarrow T = -60 - 800x$$
$$x = 2 \Rightarrow T = -1660daN$$
$$x = 5 \Rightarrow T = -60 - 800 \times 5 = -4060daN$$

$$M = +V_{AY}\,x - q_1\frac{x^2}{2} - F_1(x-2)$$
$$\Rightarrow M = +3940x - 800\frac{x^2}{2} - 4000(x-2)$$
$$x = 2 \Rightarrow M = 6280daN.m$$

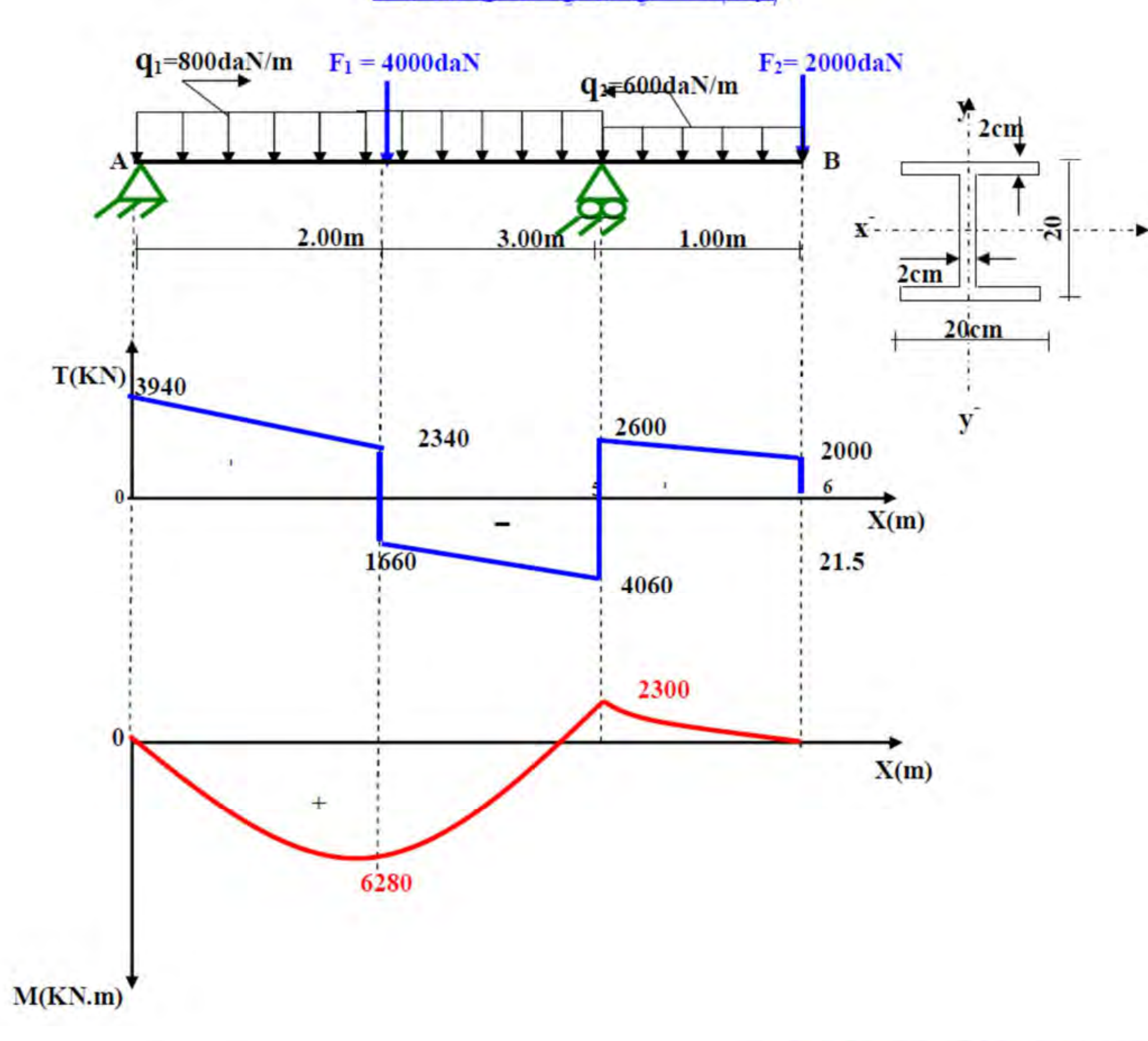
المقطع3-3

$$0 \le x \le 1m$$
$$T = q_2 x + F_2$$
$$\Rightarrow T = 600x + 2000$$
$$x = 0 \Rightarrow T = 2000daN$$
$$x = 1 \Rightarrow T = 2600daN$$



$$M = -F_2 x - q_2\frac{x^2}{2} \Rightarrow M = -2000x - 600\frac{x^2}{2}$$
$$x = 0 \Rightarrow M = 0$$
$$x = 1 \Rightarrow M = -2300daN.m.$$

3/ رسم المنحني البياني لكل من M و T



4/ تحديد القيم القصوى لـ M. T :

من المنحنيات البيانية نستنتج : **T_{max} =4060daN**   **M_{max} = 6280daN.m**

5/ التأكد من مقاومة الرافدة

$$\sigma \leq \overline{\sigma} \Rightarrow \frac{M_{max}}{\frac{I_{x-x}}{y_{max}}} \leq \overline{\sigma}$$

$$I_{x-x} = \frac{2 \times 16^3}{12} + 2 \times \left[\frac{20 \times 2^3}{12} + 20 \times 2 \times 9^2 \right] = 7189.33\ cm^4$$

$$\frac{M_{max}}{\frac{I_{x-x}}{y_{max}}} \leq \overline{\sigma} \Rightarrow \frac{6280 \times 10^2}{7189.33 \times \frac{2}{20}} \leq 1200\ \frac{daN}{cm^2}$$

$$\Rightarrow 873.51 \prec 1200\ \frac{daN}{cm^2}$$

حل التمرين الثاني :

حساب ردود الأفعال في المساند :

$$\sum F_x = 0 \Leftrightarrow H_A = 0$$
$$\sum F_y = 0 \Leftrightarrow V_A + V_B = q \times l = 160KN$$
$$\sum M_{F/A} = 0 \Leftrightarrow -V_B \times 4 + ql \times 1.5 = 0$$
$$\Leftrightarrow V_B = 60KN$$
$$\sum M_{F/B} = 0 \Leftrightarrow V_A \times 4 - ql \times 2.5 = 0$$
$$\Leftrightarrow V_A = 100KN$$

- كتابة معادلات الجهد القاطع و عزم الانحناء :

القطع 1-1 : $0 \le x \le 1.00$

$T(x) = -32.x$ { $x=0$ ......$T(0)=0$ kN
{ $x=1.00$ ......$T(1.0) = -32$ kN

$M_f(x) = -32x^2/2$

$\rightarrow x=0$ ....$M_f(0) = 0$

$\rightarrow x = 1.0$......... $M_f(1.0) = -16$kN.m

القطع 2-2 : $0 \le x \le 4.00$

$T(x) = 32.x - 60$ { $x=0$ ......$T(0) = -60$ kN
{ $x=4.00$ ......$T(4.0) = -68$ kN

$M_f(x) = -16x^2 + 60x$

$\rightarrow x=0.0$ ......$M_f(0.0) = 0$kN.m

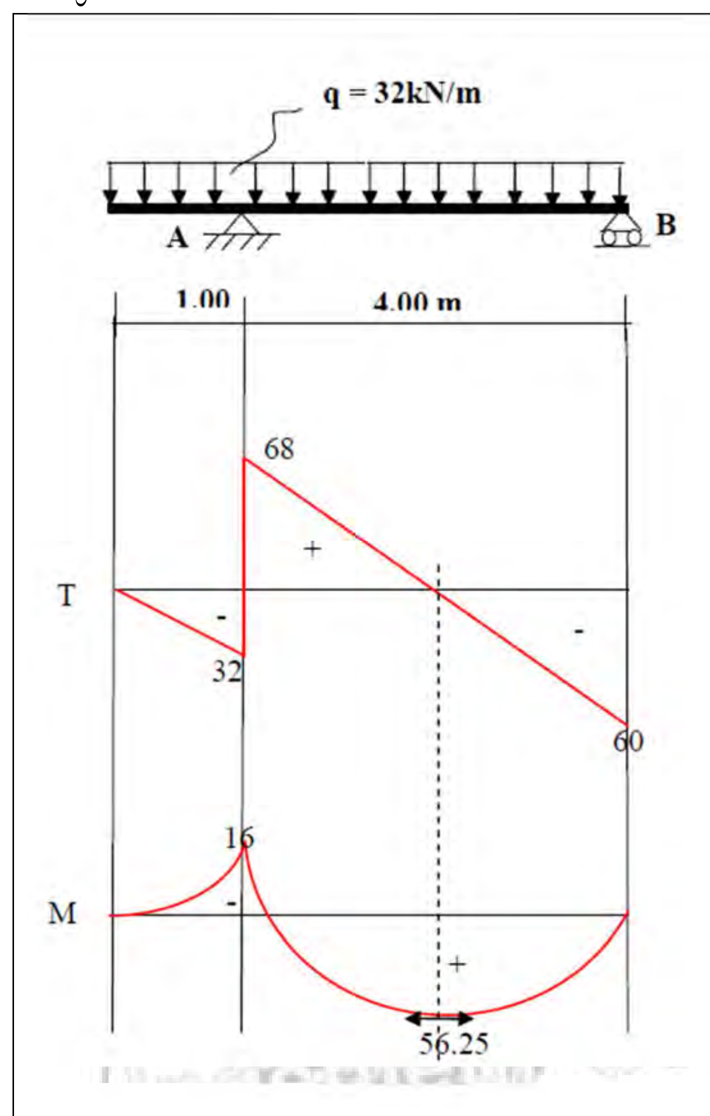
$\rightarrow x = 4.0$......... $M_f(4.0) = -16$kN.m

$T(x) = 32.x - 60 \rightarrow$ $T(x) = 0 \leftrightarrow x = 1.575$ m.

$M_f(1.875) = -16x1.875^2+60x1.875$

-3 $M_{max} = 56.25$kN.m , $T_{max} = 68$ kN .

4- رسم منحنيا T , M



5- تحديد المجنب IPE المناسب:

$$\sigma_{max} \leq \bar{\sigma}$$

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_{xx}} \leq \bar{\sigma}$$

$$W_{xx} \geq \frac{M_{max}}{\bar{\sigma}} = \frac{562500}{1600} \geq 352cm^3$$

اذن المجنب المناسب من الجدول هو : **IPE 270**.

حل التمرين الثالث:

1- حساب ردود الأفعال:

عدد ردود الأفعال: 3 } نظام محدد سكوني خارجيا
عدد معادلات التوازن: 3

$\Sigma F_{/X} = 0 \Rightarrow R_{AX} = 0$

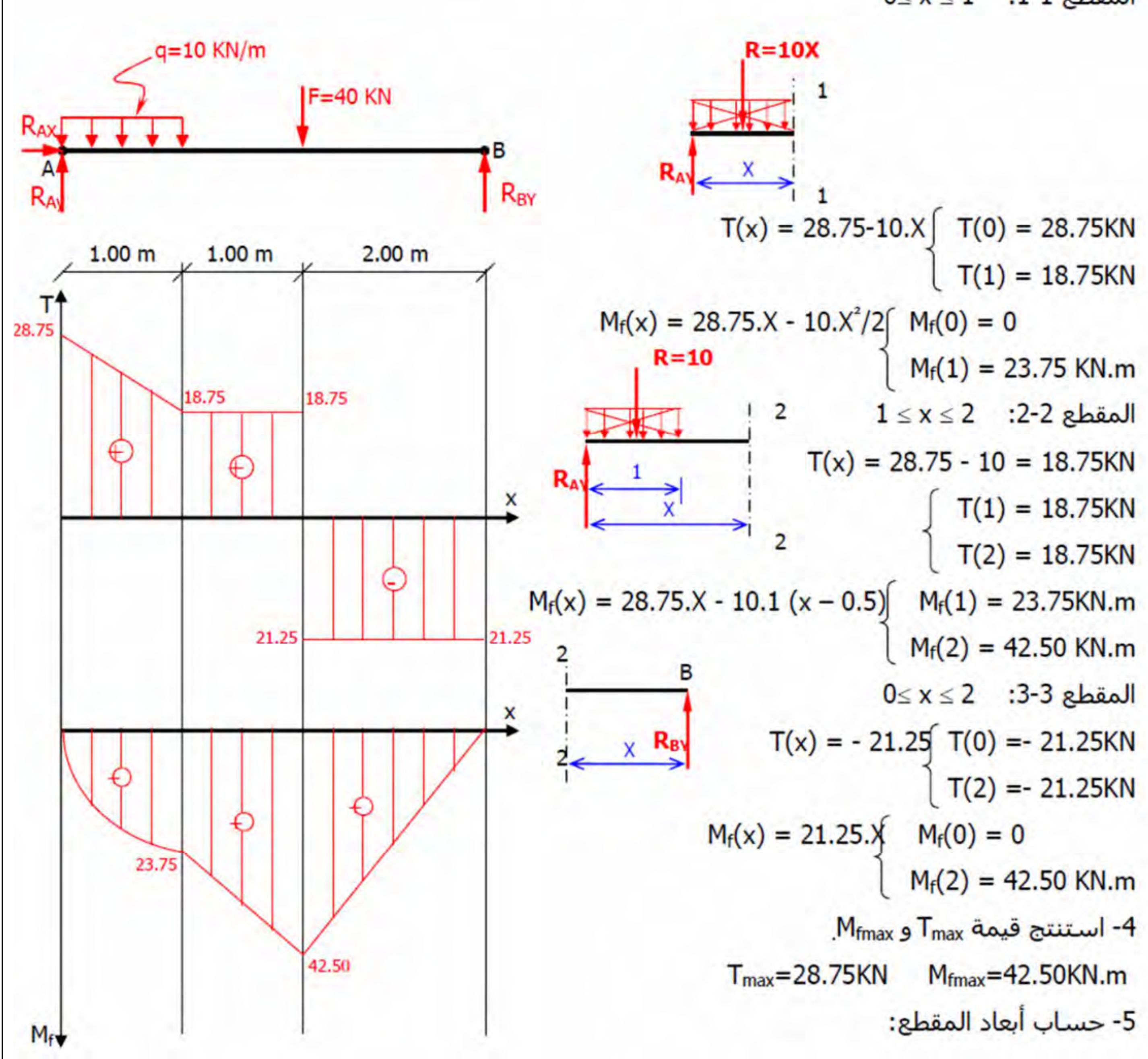
$\Sigma M_{/A} = 0 \Rightarrow -R_{BY}x4 + 40x2 + 10x1x0.5 = 0 \Rightarrow$ **$R_{By} = 85/4 = 21.25$ KN**

$\Sigma M_{/B} = 0 \Rightarrow R_{Ay}x4 - 10x1x3.5 - 40x2 = 0 \Rightarrow$ **$R_{Ay} = 115/4 = 28.75$ KN**

التحقيق: $28.75 + 21.25 - 50 = 0 \Rightarrow 50 - 50 = 0$ محققة

2- كتابة معادلات الجهد القاطع T و عزم الانحناء M_f:

المقطع 1-1: $0 \leq x \leq 1$



$T(x) = 28.75 - 10.X$ { $T(0) = 28.75KN$; $T(1) = 18.75KN$

$M_f(x) = 28.75.X - 10.X^2/2$ { $M_f(0) = 0$; $M_f(1) = 23.75$ KN.m

المقطع 2-2: $1 \leq x \leq 2$

$T(x) = 28.75 - 10 = 18.75KN$

{ $T(1) = 18.75KN$; $T(2) = 18.75KN$

$M_f(x) = 28.75.X - 10.1\ (x - 0.5)$ { $M_f(1) = 23.75KN.m$; $M_f(2) = 42.50$ KN.m

المقطع 3-3: $0 \leq x \leq 2$

$T(x) = -21.25$ { $T(0) = -21.25KN$; $T(2) = -21.25KN$

$M_f(x) = 21.25.X$ { $M_f(0) = 0$; $M_f(2) = 42.50$ KN.m

4- استنتج قيمة T_{max} و M_{fmax}.

$T_{max}=28.75KN$ $\quad M_{fmax}=42.50KN.m$

5- حساب أبعاد المقطع:

$$\sigma_{max} \leq \overline{\sigma} \Rightarrow \frac{M_{f\,max}}{I_{xx'}} \times y_{max} \leq \overline{\sigma} \Rightarrow$$

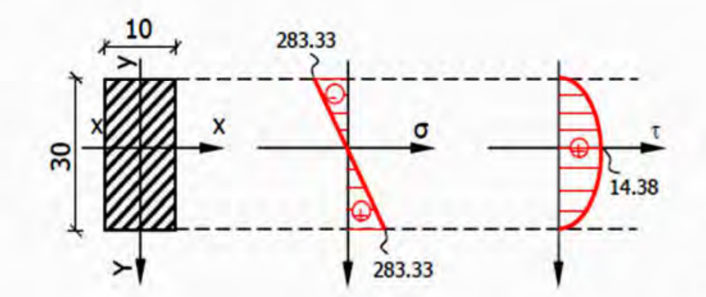
$$\frac{42.50 \times 10^4}{\frac{b.h^3}{12}} \times \frac{h}{2} \leq \overline{\sigma} \Rightarrow$$

$$\frac{42.50 \times 10^4 \times 6}{b.h^2} = \frac{42.50 \times 10^4 \times 6}{b.(3b)^2} \leq 300 \Rightarrow b \geq \sqrt[3]{\frac{42.50 \times 10^2 \times 2}{9}} = 9.81 cm$$

نأخذ قيمة b=10cm و h=3b =3x10 =30 cm

6- التحقق من شرط المقاومة الثاني: $\tau_{max} \leq \overline{\tau} \Rightarrow k\frac{T_{max}}{S} \leq \overline{\tau} \Rightarrow \frac{3}{2} \times \frac{28.75 \times 100}{10 \times 30} = 14.38 daN/cm^2 < 20 daN/cm^2$

7- مخطط σ و τ:

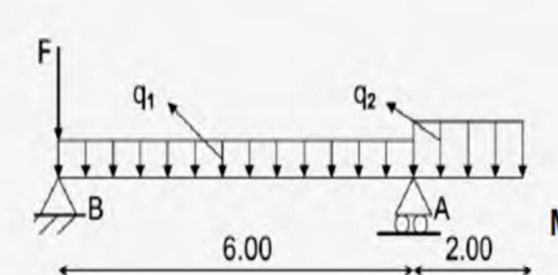


$$\sigma_{max}(+15) = \frac{42.50 \times 10^4 \times 6}{10.30^2} = +283.33 daN/cm^2$$

$$\sigma_{max}(-15) = \frac{42.50 \times 10^4 \times 6}{10.30^2} = -283.33 daN/cm^2$$

$$\sigma(0) = 0$$

حل التمرين الرابع :



- حساب ردود الأفعال : $V_B = 25$ KN ، $V_A = 65$ KN ، $H_B = 0$

- كتابة معادلات الجهد القاطع (T) وعزم الإنحناء (Mf) ورسم منحنييهما :

- القطع 1-1 : $6 \geq x \geq 0$

$T = -10x + 25$ .... T(0) = 25 KN ; T(6) = -35 KN

$Mf = -5x^2 + 25x$ .... Mf(0) = 0 KN.m ; Mf(6) = - 30 KN.m

حساب (Mfmax) : T= 0 => X = 2.50 m

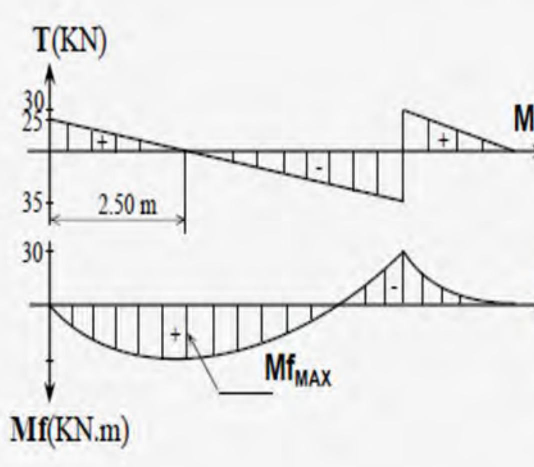
=> Mfmax = Mf (2.5) = 31.25 KN.m

- القطع 2-2 : $8 \geq x \geq 6$

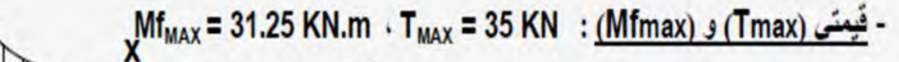
$T = -15x + 120$ .... T(6) = 30 KN ; T(8) = 0 KN

$Mf = -7.5x^2 + 120x - 480$... Mf(6) = - 30 KN.m ; Mf(8) = 0 KN.m

الرسم :



- قيمتي (Tmax) و (Mfmax) : $Mf_{MAX} = 31.25$ KN.m ، $T_{MAX} = 35$ KN



- تحديد المجنب المناسب : $\sigma = Mf_{MAX} / W_{XX} \leq \overline{\sigma} \Rightarrow W_{XX} = Mf_{MAX} / \overline{\sigma}$

$W_{XX} = 31.25 \times 10^4 / 1200 = 260.41\ cm^3$

و منه المجنب المناسب هو : IPN 220 ($W_{XX} = 278\ cm^3$)

حل التمرين الخامس :

حساب ردود الأفعال مع التحقيق

V_A= 8.25KN

V_B= 17.75KN

H_A= 0KN

التحقيق

كتابة معادلات T و M_f مع حساب M_{fmax}

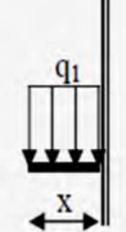
يسار 0<x<1m

T(x)= - 4x

- T(0)=0
- T(1)=- 4 KN

M(x)=-2x²

- M(0)=0
- M(1)=-2KN.m



يسار 1<x<3m

T(x)= -4x +9.75

- T(1)=5.75KN
- T(3)=-2.25 KN

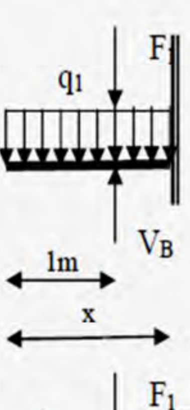
T(x)∩(x'x) ⇒ T(x)= 0) ⇒ x=2.44m

M(x)=-2x² + 9.75x – 9.75

- M(1)= - 2KN.m
- M(3)= 1.5KN.m

M_{max}= M(2.44)=2.13KN.m

M(x)∩(x'x) ⇒ M(x)= 0) ⇒ x=1.4m x=3.47m



يسار 3<x<5m

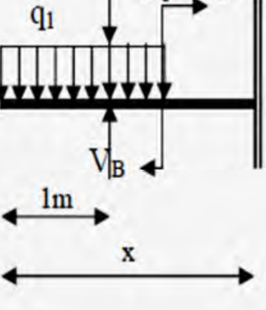
T(x)= -2.25

- T(3)= -2.25KN
- T(5)=-2.25 KN

M(x)=- 2.25x +10.25

- M(3)= 3.5KN.m
- M(5)= -1KN.m

M(x)∩(x'x) ⇒ M(x)= 0) ⇒ x=4.56m



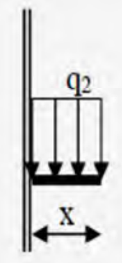
يمين 0<x<1m

T(x)= 2x

- T(0)=0KN
- T(1)=2 KN

M(x)=- x²

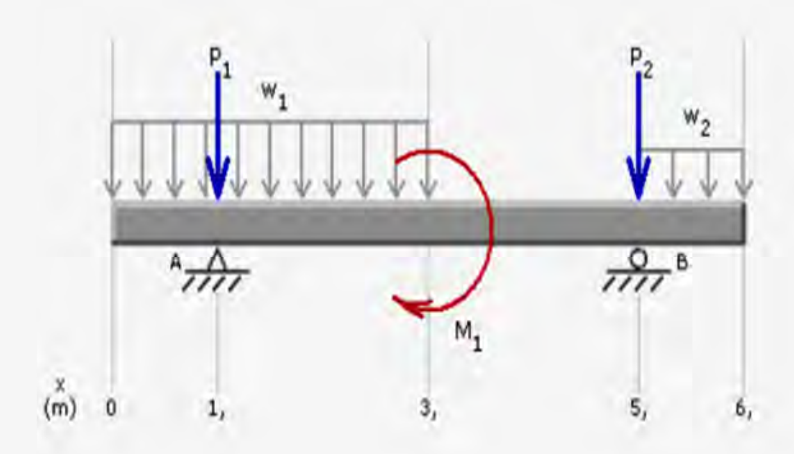
- M(0)=0
- M(4)=-1KN.m

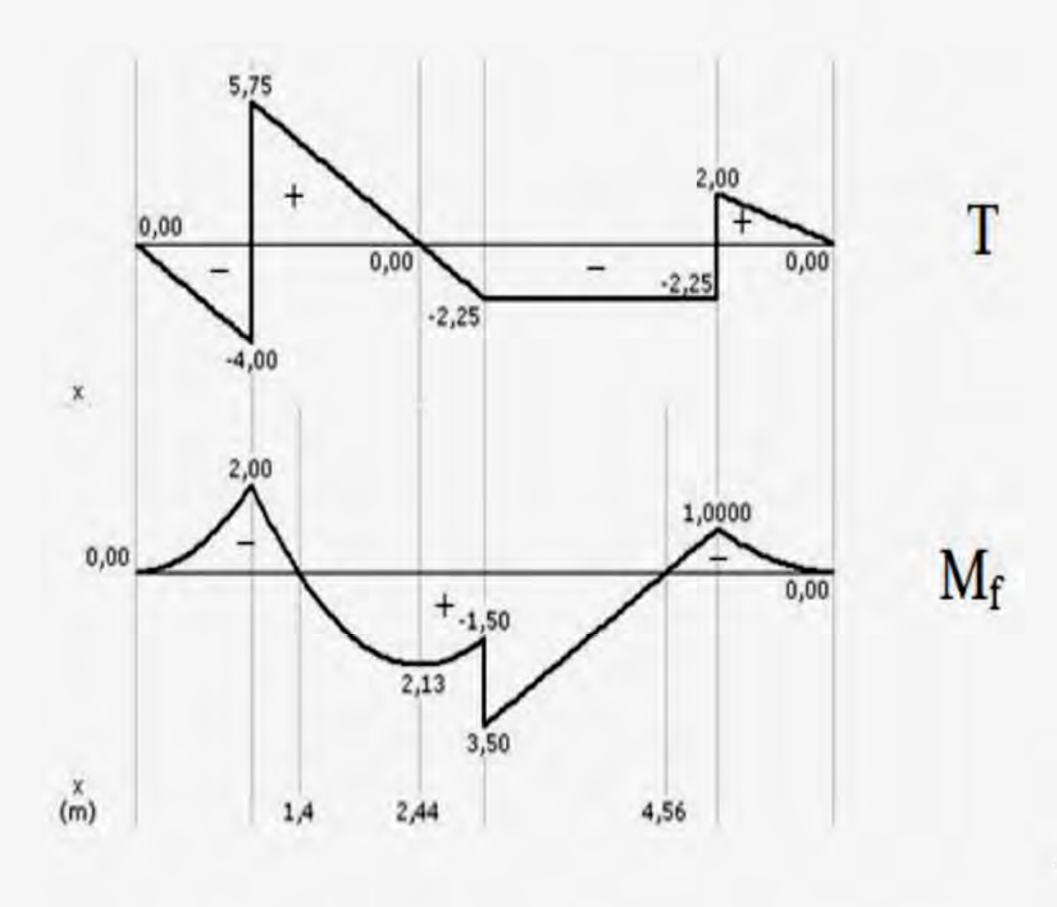


شرط المقاومة

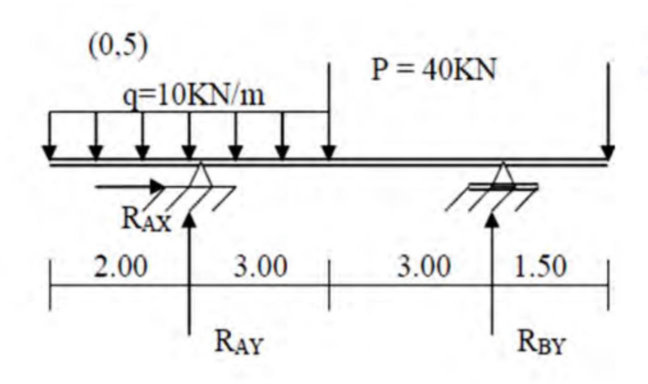
$$\sigma \le \bar{\sigma} \Rightarrow \frac{M_{max} \times y_{max}}{I_{/x'x}} \le \bar{\sigma} \Rightarrow \frac{3.5\times10^{3}\times10^{3}\times200}{\frac{300\times400^{3}}{12}} = 0.4375MPa \le 16MPa$$

محققة





حل التمرين السادس :



1- ردود الفعل :

$$\Sigma_{FX} = 0 \Rightarrow R_{AX} = 0$$

$$\Sigma_{FY} = 0 \Rightarrow R_{AY} + R_B - 130 = 0$$

$$\Sigma M/_A = 0 \Rightarrow 40 \text{ x } 3 + 40 \text{ x } 7{,}5 + 5 \text{ x } 10 \text{ x } 0{,}5 - 6R_{BY} = 0$$

$$R_{BY} = \frac{445}{6} = 74{,}17KN$$

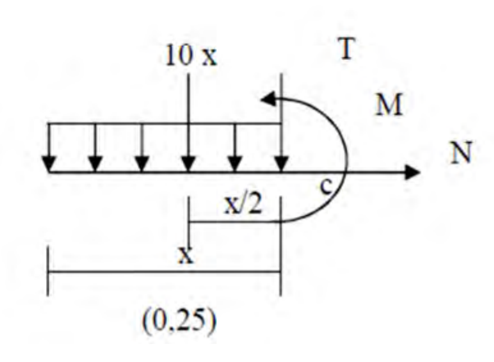
$$\Sigma M/_B = 0 \Rightarrow -40 \text{ x } 1{,}5 + 40 \text{ x } 3 + 50 \text{ x } 5{,}5 - 6R_{AY} 6 = 0$$

$$R_{AY} = \frac{335}{6} = 55{,}83KN$$

للتحقيق : (1) ⇦ 55,87+74,17-130=0

0=0 محققة

2- معادلات الجهود الداخلية



$0 \leq x \leq 2$

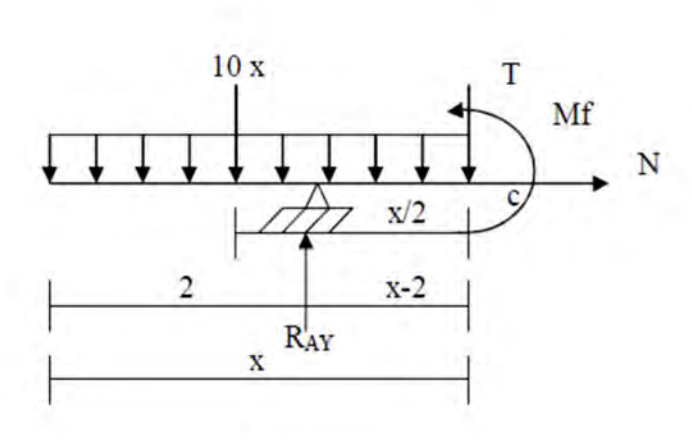
$$\Sigma F_X = 0 \Rightarrow N = 0$$

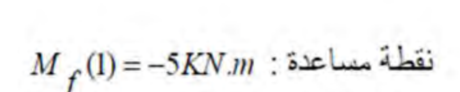
$$\Sigma F_Y = 0 \Rightarrow -10X - T = 0$$

$$T = -10 \text{ x } \begin{cases} T(0) = 0 \\ T(2) = -20KN \end{cases}$$

$$\Sigma M/_C = 0 \Rightarrow -10 \text{ x } \frac{X}{2} - M_f = 0$$

$$M_f = -5 \text{ x }^2 \begin{cases} M_f(0) = 0 \\ M_f(2) = -20KN.m \end{cases}$$





$2 \leq x \leq 5$

$$\Sigma F_X = 0 \Rightarrow N_X = 0$$

$$\Sigma F_Y = 0 \Rightarrow -10X + 55{,}83 - T = 0$$

$$T = -10X + 55{,}83 \begin{cases} T(2) = 35{,}83KN \\ T(5) = 5{,}83KN \end{cases}$$

$$\Sigma M/_C = 0 \Rightarrow -10 \text{ x } \frac{X}{2} + 55{,}83(x-2) - M_f = 0$$

$$M_f = -5x^2 + 55,83(x-2)\begin{cases} M_f(2) = -20KN.m \\ M_f(5) = 42,49KN.m \end{cases}$$

نقاط مساعدة :

$$\begin{cases} M_f(3) = 10,83KN.m \\ M_f(4) = 31,66KN.m \end{cases}$$

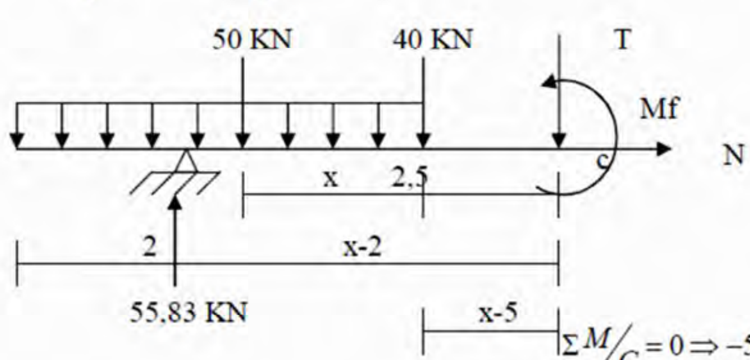
تقاطع M_f مع محور الفواصل :

$$M_f = -5x^2 + 55,83(x-2) = 0$$

$$= -5x^2 + 55,83x - 111,66 = 0$$

$$\Delta = 883,79 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 29,73m$$

$$\begin{cases} x1 = \dfrac{-55,83 - 29,73}{-10} = 8,56m \notin [2,5] \\ x2 = \dfrac{-55,83 - 29,73}{-10} = 2,61m \end{cases}$$



$$5 \le x \le 8$$

$$\Sigma F_X = 0 \Rightarrow N = 0$$

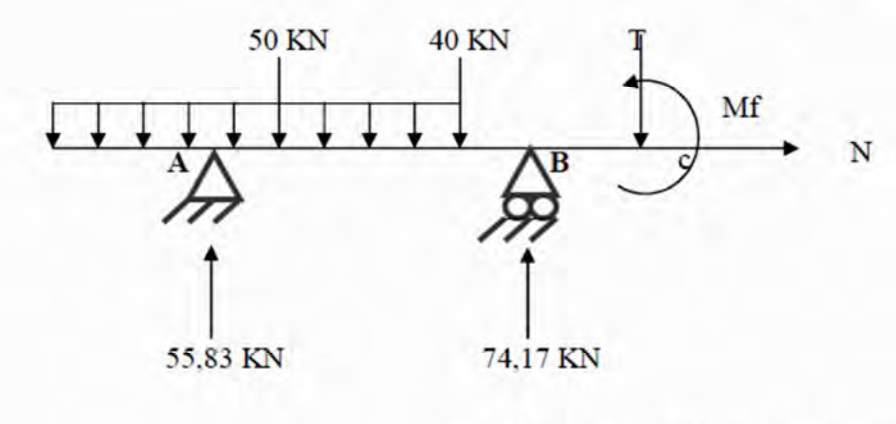
$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow 55,83 - 50 - 40 - T = 0$$

$$T = -34,17KN$$

$$\Sigma M/_C = 0 \Rightarrow -50(x-2,5) - 40(x-5) + 55,83(x-2) - M_f = 0$$

$$M_f = -50(x-2,5) - 40(x-5) + 55,83(x-2)$$

$$\begin{cases} M_f(5) = 42,49KN.m \\ M_f(8) = -60KN.m \end{cases}$$



$$8 \le x \le 9,50$$

$$\Sigma F_X = 0 \Rightarrow Nx = 0$$

$$\Sigma F_Y = 0 \Rightarrow T = 40KN$$

$$\Sigma M/_C = 0 \Rightarrow Mf = 55,83(x-2) - 50(x-2,5) - 40(x-5) + 74,17(x-8)$$

$$\begin{cases} M_f(8) = -60KN.m \\ M_f(9,50) = 0KN.m \end{cases}$$

3- المنحنيات M_f و T

السلم :

$1m \leftarrow 1,5cm$

$10KN \leftarrow 1cm$

$10KN.m \leftarrow 1cm$

4- $T_{max} = 40KN$

$M_{f\,max} = 60KN.m$

5- شرط المقاومة :

$$\sigma_{max} = \frac{Mf_{max}}{WX} \leq \overline{\sigma}$$

$$\Rightarrow WX \geq \frac{M_{f\,max}}{\overline{\sigma}} = \frac{60{,}10^4}{1600} = 375cm^3$$

$IPE270 \Rightarrow Wx = 429cm^3$

